

DOI: 10.16285/j.rsm.2022.1245

基于修正幂律模型的高填方蠕变沉降简化算法

黄 建¹, 德圃榕¹, 姚仰平², 彭 仁³, 齐吉琳¹

(1. 北京建筑大学 土木与交通工程学院, 北京 100044; 2. 北京航空航天大学 交通科学与工程学院, 北京 100191;
3. 北京市政建设集团有限责任公司, 北京 100045)

摘 要: 高填方地基填筑完成后的蠕变沉降持续时间长且不容忽视, 其计算则是判断沉降是否稳定以及安排后续施工的重要依据。针对传统幂律模型计算土单元一维蠕变变形的不足进行了修正, 在此基础上提出的蠕变变形公式可以统一描述黏土、砂土和土石混合料的一维蠕变变形。该变形公式满足变形随时间的发展趋于定值而不是无限增长的要求, 并且只有两个参数, 均可以通过固结试验确定。在该变形公式基础上发展出了高填方地基蠕变沉降的简化算法。该简化算法只有两个参数, 通过现场的沉降监测数据确定。基于陇南成县机场、沧源佤山机场和吕梁大武机场高填方的沉降监测数据, 将简化算法的拟合和预测结果与岩土工程中常用的 3 种曲线拟合算法进行对比。结果表明, 所提出的蠕变沉降简化算法能够更有效、更准确地预测高填方蠕变沉降。

关 键 词: 高填方; 地基; 蠕变沉降; 沉降预测

中图分类号: TU470

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2023) 07-2095-10

A simplified algorithm for predicting creep settlement of high fill based on modified power law model

HUANG Jian¹, DE Pu-rong¹, YAO Yang-ping², PENG Ren³, QI Ji-lin¹

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Civil Engineering and Architecture, Beijing 100044, China; 2. School of Transportation Science and Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China; 3. Beijing Municipal Construction Co., Ltd., Beijing 100045, China)

Abstract: The creep settlement dominates the long-term deformation of high fill foundation after construction and cannot be ignored. The reliable prediction of creep settlement provides an important guideline for judging whether settlement is stable and arranging subsequent construction. The modification of the traditional power law model for predicting the one-dimensional creep deformation of soil is proposed, which can describe the one-dimensional creep deformation of clay, sand and soil-rock mixture. The modified model satisfies the requirement that the growth of the creep deformation has an asymptote with respect to time; that is to say, the creep deformation grows continually and approaches a constant with time. The proposed model has only two parameters, which can be easily obtained from oedometer tests. Then, a simplified algorithm to predict the creep settlement of high fill foundation is developed based on the proposed model. The simplified algorithm has two parameters, which can be determined using the field settlement monitoring data. Based on the field settlement monitoring data of high fill in Longnan Chengxian Airport, Cangyuan Washan Airport and Lüliang Dawu Airport, the fitting and prediction results of the proposed simplified algorithm are compared with those of other three curve fitting algorithms commonly used in geotechnical engineering. The results show that the proposed simplified algorithm can predict the creep settlement of high fill foundation more effectively and accurately.

Keywords: high fill; foundation; creep settlement; settlement prediction

1 引 言

随着我国经济的发展, 机场、高速铁路和高速公路等交通设施建设已经延伸到面积广阔且沟壑纵横的山区, 进而形成众多高填方地基^[1]。填方体量

大、高度高等特点决定了高填方和原地基在填筑结束后会在高自重应力作用下产生长期的蠕变沉降^[2-4]。机场跑道、铁轨和高速公路路面等需要待填方土体沉降达到稳定后才能进行铺设, 否则, 过大的沉降和不均匀沉降会严重威胁其运营安全。高填

收稿日期: 2022-08-09

录用日期: 2022-11-07

基金项目: 国家自然科学基金 (No.52108293); 北京市博士后科研活动经费资助 (No.2021-zz-106); 北京建筑大学基本科研业务费 (No.X21072)。This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (52108293), Beijing Postdoctoral Research Foundation of China (2021-zz-106) and the Fundamental Research Funds for Beijing University of Civil Engineering and Architecture (X21072).

第一作者简介: 黄建, 男, 1988 年生, 博士, 讲师, 主要从事岩土工程方面的研究工作。E-mail: huangjian@bucea.edu.cn

通讯作者: 齐吉琳, 男, 1969 年生, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事冻土力学与寒区工程等方面的研究工作。E-mail: jilinqi@bucea.edu.cn

方地基何时进入沉降稳定期,需要对填方体进行沉降监测,然后对沉降监测数据进行分析并计算和预测蠕变沉降数值,进而判断沉降发展趋势。

蠕变沉降的预测方法主要有 4 种:第 1 种是规范推荐的分层总和法^[5];第 2 种是曲线拟合法^[6];第 3 种是以有限元为代表的数值计算方法^[7];第 4 种是以人工神经网络为代表的系统分析方法^[8]。其中,曲线拟合法的原理是按照蠕变沉降的发展趋势,将沉降值整理为与时间相关的计算公式,再通过现场的沉降监测数据优化反演出相关参数,然后预测长期的蠕变沉降值。由于曲线拟合法具有简洁、实用的特点,因此在实际工程中得到广泛使用,现已发展出多种常用的函数形式,比如对数函数^[9]、幂函数^[10]、双曲线^[11]、指数函数^[12]等。对数函数和幂函数属于发散型算法,沉降随时间增长而减缓,但不会完全停止,即算法参数确定后计算出时间 $t \rightarrow +\infty$ 时的沉降量也为 $+\infty$,与实际不符^[13-14]。双曲线和指数函数用于高填方的蠕变沉降预测时,计算值可能偏小,而且指数函数中的生长曲线还容易出现拟合而影响预测结果^[6]。

高填方的填料一般为挖方区的土石混合料,因此高填方的蠕变沉降由土和石的蠕变特性共同决定。土的蠕变曲线一般采用经典的半对数描述。大量试验研究表明,半对数规律不一定符合粗粒料的蠕变曲线,而幂律模型则可以较好地描述^[15-20]。Briaud^[10, 21], Bi^[22]等均采用幂律模型较好地描述了黏土和粉质细砂的一维压缩和三轴蠕变变形,但在描述超过一定时间后的蠕变趋势时,结果并不理想。可见,传统幂律模型还需进一步修正才能较好地统一描述土和石的蠕变特性,进而用于高填方的蠕变沉降计算。

本文对传统幂律模型进行了修正,并在此基础上提出了新的蠕变变形公式。通过黏土、砂土和黏土混合土的固结试验和土石混合料的一维蠕变试验数据,验证了所提蠕变变形公式的合理性;然后,在该公式基础上发展出蠕变沉降的简化算法;最后,采用陇南成县机场等 3 个高填方的沉降监测验证了该简化算法的可行性,并通过与 3 种岩土工程中常用的曲线拟合法的预测结果进行比较,验证了该简化算法的可靠性和准确性。

2 理论背景

2.1 基于修正幂律模型的蠕变变形公式

固结试验中土单元的变形由瞬时变形、主固结变形和次固结变形(也称为蠕变变形)组成。假定

这 3 部分变形可以完全独立,且将瞬时变形和主固结变形统称为弹塑性变形,则土单元在主固结完成后仅存在蠕变变形。因此,本文假定蠕变时间 t 的起始点是主固结完成时刻,而将以加载时刻为起始点的时间用 T 表示。

Briaud 等^[10]提出采用幂律模型来描述黏土中桩的加载速率效应,随后 Briaud^[21]、Bi^[22]等进一步将幂律模型扩展到描述砂土和黏土单元在一维压缩和三轴压缩(中低应力水平)状态下的蠕变变形,如下式所示:

$$\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_1} = \left(\frac{t}{t_1} \right)^n \quad (1)$$

式中: ε_t 为蠕变时间 t 所对应的蠕变变形; ε_1 为参考时间 t_1 所对应的变形值,参考时间 t_1 可以是任何选定时间,一般为 1 s、1 min、1 d 等; n 为土的黏性指数。

式(1)表示在双对数坐标系 $\lg(\varepsilon/\varepsilon_1)-\lg(t/t_1)$ 下,变形与时间关系为一条斜率为 n 的直线。黏土、粉质细砂的试验结果表明,如果仅有蠕变变形,则式

(1)能较好地计算一定时间内的蠕变变形^[21-22]。但是蠕变变形会随着时间 t 的增长而不断变大,最后趋于 $+\infty$ 。土石混合料在一维压缩和三轴排水(中低应力水平)条件下的蠕变变形最终趋于定值^[13],即蠕变曲线应该有一条平行于时间轴的水平渐近线。因此,在式(1)基础上构建修正幂律模型:

$$\frac{\varepsilon_{t\infty} - \varepsilon_t}{\varepsilon_{t\infty}} = \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \quad (2)$$

式中: $\varepsilon_{t\infty}$ 为 $t \rightarrow +\infty$ 时的蠕变变形; t_0 为与蠕变时间 t 量纲相同的单位时间,值为 1(目的在于平衡公式量纲)。

由式(2)可得到蠕变变形 ε_t 的表达式:

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t\infty} - \varepsilon_{t\infty} \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \quad (3)$$

由式(3)可知,当蠕变时间 $t=0$ 时, $\varepsilon_t=0$;当蠕变时间 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\varepsilon_t = \varepsilon_{t\infty}$,即蠕变变形随时间增长而非线性增加到稳定值 $\varepsilon_{t\infty}$ 。相较于式(1),式(3)在描述土单元的蠕变变形时更加符合实际情况。

根据将瞬时变形和主固结变形统称为弹塑性变形的假定,土单元的变形可由下式表示:

$$\varepsilon = \varepsilon_t + \varepsilon_{ep} \quad (4)$$

式中: ε 为固结试验过程中的总变形值; ε_{ep} 为弹塑性变形, 包含瞬时变形和主固结变形。

同样, 蠕变时间 $t \rightarrow +\infty$ 时的总变形 ε_{∞} 与蠕变变形 $\varepsilon_{t\infty}$ 的差值为 ε_{ep} , 即

$$\varepsilon_{\infty} = \varepsilon_{t\infty} + \varepsilon_{ep} \quad (5)$$

式中: ε_{∞} 为固结试验达到稳定状态时的总的变形。

联立式 (3) 和式 (5) 可得

$$\varepsilon_t = (\varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{ep}) \left[1 - \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \right] \quad (6)$$

由式 (6) 可知, 当蠕变时间 $t = 0$ 时, $\varepsilon_t = 0$;

当蠕变时间 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\varepsilon_t = \varepsilon_{t\infty} = \varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{ep}$ 。

联立式 (4) 和式 (6) 可得

$$\varepsilon = \varepsilon_{\infty} - (\varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{ep}) \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \quad (7)$$

由式 (7) 可知, 当蠕变时间 $t = 0$ 时, $\varepsilon = \varepsilon_{ep}$, 即蠕变时间为 0 时的变形只有瞬时变形和主固结变形; 当蠕变时间 $t \rightarrow +\infty$ 时, $\varepsilon = \varepsilon_{\infty}$, 即变形随时间增长而非线性增加到稳定值 ε_{∞} 。

2.2 模型验证

2.2.1 验证方法和参数确定方法

由式 (2) 可知, 在双对数坐标系 $\lg[(\varepsilon_{t\infty} - \varepsilon_t)/\varepsilon_{t\infty}] - \lg(t/t_0 + 1)$ 下, 蠕变变形与时间关系为一条斜率为 $-n$ 的直线。由于通过固结试验获得的变形 ε 中包含了瞬时变形、固结变形和蠕变变形, 因此需要将式 (2) 变换成 ε 的表达式。将式 (4) 和式 (5) 代入式 (2) 可得

$$\frac{\varepsilon_{\infty} - \varepsilon}{\varepsilon_{t\infty}} = \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \quad (8)$$

式 (8) 等号两边同时乘以 $\varepsilon_{t\infty}/\varepsilon_{\infty}$ 可得

$$\frac{\varepsilon_{\infty} - \varepsilon}{\varepsilon_{\infty}} = \frac{\varepsilon_{t\infty}}{\varepsilon_{\infty}} \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n} \quad (9)$$

式 (9) 等号两边取对数后, 联立式 (5) 可得

$$\lg \left(\frac{\varepsilon_{\infty} - \varepsilon}{\varepsilon_{\infty}} \right) = \lg \left(\frac{\varepsilon_{\infty} - \varepsilon_{ep}}{\varepsilon_{\infty}} \right) - n \lg \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right) \quad (10)$$

由式 (10) 可知, 通过试验获得的变形值与时间关系在双对数坐标系下为一条斜率为 $-n$ 的直线。对于黏土, ε_{ep} 为主固结与次固结分界点所对应的变形, 可通过 $\varepsilon - \lg t$ 确定。对于土石混合料, 弹塑性变

形和蠕变变形一般以 1 h 为界, 即 1 h 以前的变形为瞬时变形^[16-17]。 ε_{∞} 有两种确定方法: ①对同一种土配制出不同超固结度的土单元后进行一维蠕变试验, 通过蠕变变形与超固结度的关系确定蠕变稳定线的位置, 然后再求解相应荷载下的 ε_{∞} ^[12]; ②将式

(7) 中的 ε_{∞} 作为求解参数, 通过优化算法对一维蠕变试验获得的变形-时间数据进行反演求解。第 1 种方法需要多次试验, 较为复杂, 因此本文采用第 2 种方法来确定 ε_{∞} 。

2.2.2 黏土和砂土的固结试验

采用黏土、黏土和砂土混合土进行固结试验, 然后通过试验结果来验证修正幂律模型和蠕变公式的准确性。试验所用黏土取自福建厦门某工地, 砂土采用厦门爱思欧标准砂公司生产的中国 ISO 标准砂 (中砂), 粒径为 0.5~1.0 mm。固结试验土样分两种, 一种是纯黏土, 一种是黏土与砂土质量比为 2:3 的混合土 (下称混合土)。两种土样均制成 3 个试样, 分别对应 200、400、800 kPa 3 种最终荷载。在实验室内风干土样后, 测定土粒相对密度、液塑限, 然后置入装样仪, 在 25 kPa 的荷载下固结成形后制成环刀样。按照《土工试验方法标准》(GB/T50123—2019)^[23]测定两种土样的基本物理性质, 如表 1 所示。由于混合土中标准砂的粒径不满足该标准中界限含水率试验的规定 (土的粒径应小于 0.5 mm), 因此表 1 中的混合土液限、塑限、塑性指数没有数值。然后按照该标准, 两种土样的不同试样均按照 100、200、400、800 kPa 的加载等级, 分别逐级加载至 200、400、800 kPa 后保持荷载稳定。各级加载后按照该标准的计时要求读取计量表读数, 且从加载最终荷载至试验结束的总时长为 8 d。

表 1 黏土和混合土的基本物理性质
Table 1 Basic physical properties of clay and clay-sand mixture

土样	干密度 (g · cm ⁻³)	土粒相对 密度	初始 孔隙比	液限 /%	塑限 /%	塑性 指数
黏土	1.39	2.75	0.964	30.71	15.61	15.1
混合土	1.62	2.70	0.668	—	—	—

图 1 和图 2 分别为黏土试样和混合土试样在不同荷载下的 $\varepsilon - \lg T$ 曲线。

将黏土试样和混合土试样在最终荷载下的主固结和次固结试验数据提取出来, 重新绘制在统一的时间轴上, 分别如图 3 和图 4 所示。

由图 3 和图 4 可看出, 不同最终荷载下黏土和

混合土 $\varepsilon\text{-}\lg T$ 曲线的次固结部分在半对数坐标系内呈线性, 并且斜率基本相同。这说明在常规应力水平下, 正常固结土的蠕变不受应力水平的影响。通过黏土和混合土在不同最终荷载下的固结试验数据确定式 (10) 中的参数 ε_{cp} 、 ε_{∞} 、 n , 如表 2 所示。结合表 2 中的参数, 将试验数据按照式 (10) 进行整理后绘制在双对数坐标系下, 分别如图 5 和图 6 所示。

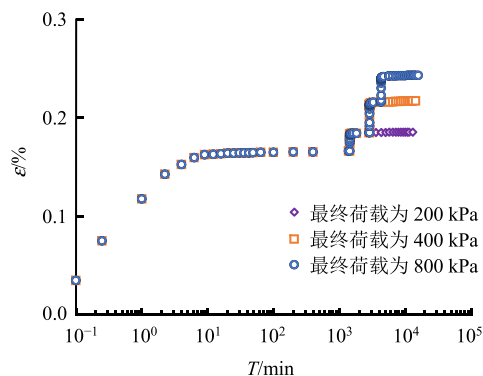


图 1 黏土单元在不同荷载下的 $\varepsilon\text{-}\lg T$ 曲线
Fig.1 The $\varepsilon\text{-}T$ curves of clay under different loads

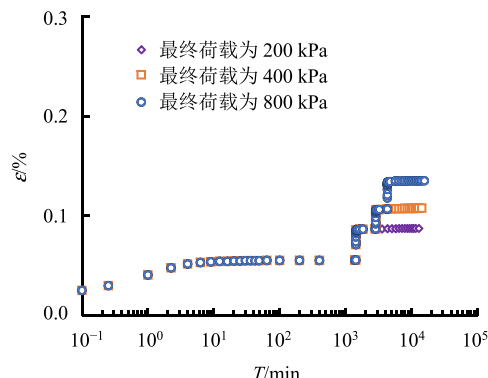


图 2 混合土单元在不同荷载下的 $\varepsilon\text{-}\lg T$ 曲线
Fig.2 The $\varepsilon\text{-}T$ curves of clay-sand mixture under different loads

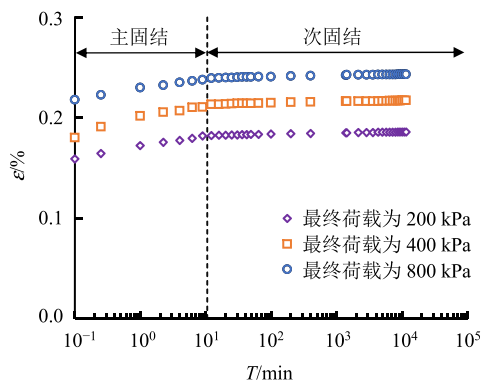


图 3 黏土单元在最终荷载下的 $\varepsilon\text{-}\lg T$ 曲线
Fig.3 The $\varepsilon\text{-}T$ curves of clay under different loads

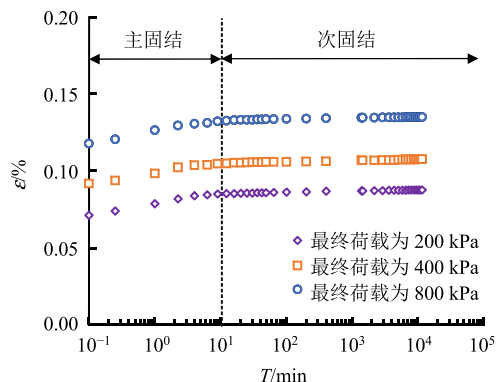


图 4 混合土单元在最终荷载下的 $\varepsilon\text{-}\lg T$ 曲线
Fig.4 The $\varepsilon\text{-}T$ curves of clay-sand mixture under different loads

表 2 黏土和混合土的蠕变公式参数
Table 2 Creep model parameters of clay and clay-sand mixture

荷载 /kPa	黏土			混合土		
	$\varepsilon_{cp}/\%$	$\varepsilon_{\infty}/\%$	n	$\varepsilon_{cp}/\%$	$\varepsilon_{\infty}/\%$	n
200	0.181	0.196	0.038	0.085	0.515	0.064
400	0.212	0.228	0.039	0.105	0.484	0.071
800	0.239	0.254	0.039	0.132	0.439	0.065

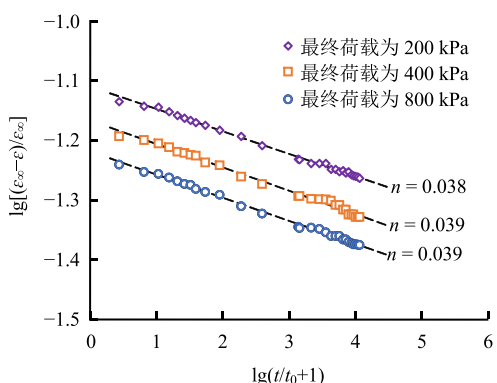


图 5 黏土单元在不同荷载下的 $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ 曲线
Fig.5 The $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ curves of clay under different loads

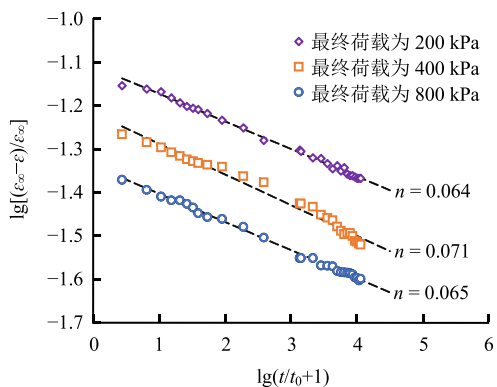


图 6 混合土单元在不同荷载下的 $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ 曲线
Fig.6 The $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ curves of clay-sand mixture under different loads

由图 5 和图 6 可知, 黏土和混合土在不同荷载下的变形与时间关系曲线在双对数坐标系 $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ 下呈线性, 并且斜率基本相同。这说明基于修正幂律模型推导的式 (10) 符合黏土和砂土的固结试验规律。由于式 (6) 移项后在等号两边同时取对数即为式 (10)。因此, 式 (6) 能够较好地用于黏土和砂土的蠕变变形计算。

2.2.3 土石混合料的一维蠕变试验

张延亿等^[24]选取云南牛栏江红石岩堰塞坝左岸的土石混合料, 经缩尺后采用大型固结仪进行一维蠕变试验。试验加载初始压力均为 50 kPa, 后续压力增量为上一级的 1 倍, 待每级压力下试样变形稳定 (轴向应变 ≤ 0.05 mm/h) 后再施加下一级压力直至最终荷载为 0.8、1.6、3.2 MPa。相应的蠕变试验数据整理在 $\varepsilon-\lg t$ 坐标系下, 如图 7 所示。

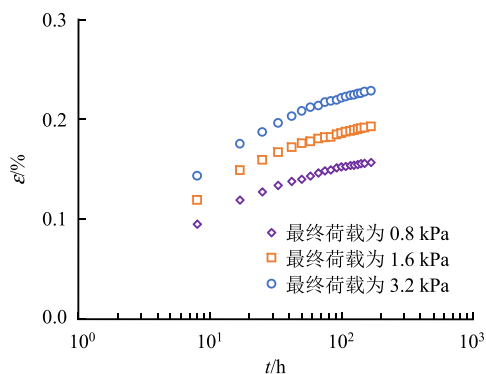


图 7 土石料单元在不同荷载下的 $\varepsilon-\lg t$ 曲线
Fig.7 The $\varepsilon-t$ curves of soil-rock mixture under different loads

由图 7 可知, 该土石混合料在不同荷载下的变形与时间关系曲线在 $\varepsilon-\lg t$ 坐标系下呈非线性。这与其他试验研究结果相同, 即时间半对数坐标系下的线性规律不符合碎石料的蠕变曲线^[15-20]。通过该土石混合料在不同荷载下的一维蠕变试验数据确定式 (10) 中的参数 ε_{cp} 、 ε_{∞} 、 n 如表 3 所示。结合表 3 中的参数, 将试验数据按照式 (10) 进行整理后绘制在双对数坐标系下, 如图 8 所示。

表 3 土石混合料的蠕变公式参数

Table 3 Creep model parameters of soil-rock mixture			
荷载/MPa	$\varepsilon_{cp}/\%$	$\varepsilon_{\infty}/\%$	n
0.8	0.095	0.199	0.276
1.6	0.120	0.239	0.280
3.2	0.144	0.278	0.299

由图 8 可知, 土石混合料在不同荷载下的变形与时间关系在双对数坐标系 $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$

下呈线性, 并且斜率基本相同。这说明基于修正幂律模型推导的式 (10) 符合土石混合料的一维蠕变试验规律。因此, 式 (6) 也能够较好地用于土石混合料的蠕变变形计算。

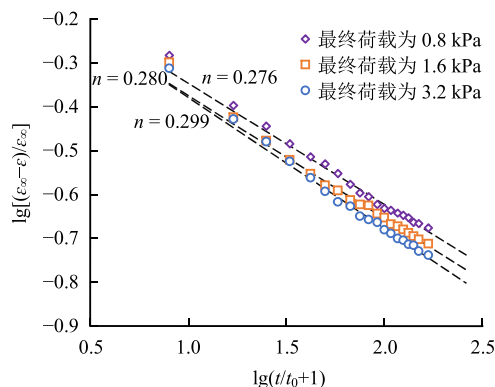


图 8 土石料单元在不同荷载下的 $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ 曲线
Fig.8 The $\lg[(\varepsilon_{\infty}-\varepsilon)/\varepsilon_{\infty}]-\lg(t/t_0+1)$ curves of soil-rock mixture under different loads

综上, 式 (6) 可统一描述黏土、砂土和土石混合料的蠕变变形。因此, 以土石混合料作为填料的高填方可以采用式 (6) 进行蠕变沉降的计算。

3 高填方蠕变沉降简化算法

3.1 简化算法公式

采用分层总和法计算高填方地基的蠕变沉降时, 由式 (6) 可得第 i 土层在蠕变时间为 t 时的沉降值 $\hat{s}_i$:

$$\hat{s}_i = \varepsilon_u H_i = (\varepsilon_{\infty i} - \varepsilon_{cp i}) H_i \left[1 - \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n_i} \right] \quad (11)$$

式中: H_i 为第 i 层土的厚度; $\varepsilon_{cp i}$ 、 $\varepsilon_{\infty i}$ 和 n_i 分别为第 i 层土样的蠕变起始点和蠕变稳定时的变形以及黏性指数, 均可通过固结试验进行确定; ε_u 为 i 层土随时间 t 所发生的蠕变变形。

由式 (11) 可知, 高填方体中每个土层的参数确定后, 蠕变沉降就只与时间相关。经历时间 t 的蠕变后, 高填方的蠕变沉降量 s 为

$$s = \sum_{i=1}^m \hat{s}_i = \sum_{i=1}^m (\varepsilon_{\infty i} - \varepsilon_{cp i}) H_i \left[1 - \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-n_i} \right] \quad (12)$$

式中: m 为高填方的总土层数。

由式 (12) 可知, 通过分层总和法来计算高填方的蠕变沉降需要确定各土层的材料参数。由于施工环境复杂和工期紧张等原因, 这些参数的获取较为困难。因此, 对于各土层参数不全, 只有有限的

现场沉降监测数据的高填方工程,在预测蠕变沉降时需要一种简化计算方法。高填方的填筑面积大,填方体内填料的应力状态与一维压缩近似^[6, 25]。因此,为了计算和预测高填方体的蠕变沉降,将一维蠕变条件下土单元变形量的理论计算公式进行推广——将高填方体和原地基看作整体,参考式(6)提出蠕变沉降 s 的简化算法(下称简化算法)公式:

$$\frac{s}{s_0} = \alpha \left[1 - \left(\frac{t}{t_0} + 1 \right)^{-\beta} \right] \quad (13)$$

式中: s_0 为与蠕变沉降 s 量纲相同的单位蠕变沉降,值为 1 (目的在于平衡公式的量纲); α 和 β 均为计算参数。

3.2 参数确定方法

式(13)中的参数 α 和 β 可以通过对蠕变沉降的监测数据进行参数反演后确定。具体步骤为:①采用蠕变沉降监测值与预测值的误差平方和的最小值作为目标函数 f , 如式(14)所示;②使用遗传算法等优化算法自动搜索最佳参数。

$$f = \min \sum_{j=1}^p (s_j - \hat{s}_j)^2 \quad \left\{ \begin{array}{l} \hat{s}_j = \alpha \left[1 - \left(\frac{t_j}{t_0} + 1 \right)^{-\beta} \right] s_0 \end{array} \right. \quad (14)$$

式中: p 为沉降监测次数; t_j 为第 j 次监测的时间; s_j 为第 j 次监测的现场监测值; $\hat{s}_j$ 为蠕变时间为 t_j 时的蠕变沉降计算值。

4 实例分析及比较

4.1 3 种比较算法

为了在有限的实测数据基础上验证所提蠕变沉降简化算法的可靠性,选取其他 3 种广泛使用的曲线拟合法进行预测比较。星野法基于 Terzaghi 固结理论而提出^[26],同时通过对现场沉降监测数据的研究发现,沉降值与时间平方根成正比,其计算式为

$$s = s'_0 + \frac{\alpha\beta\sqrt{t-t'_0}}{\sqrt{1+\beta^2(t-t'_0)}} \quad (15)$$

式中: t'_0 、 s'_0 分别为沉降计算起始参考点的观测时间与沉降值,一般取 $t'_0 = 0$, $s'_0 = 0$ 。

双曲线法由 Sridharan 等^[11]提出。该方法假设沉降与时间是简化的双曲线关系:

$$s = s'_0 + \frac{t-t'_0}{\alpha + \beta(t-t'_0)} \quad (16)$$

Richards 模型是一种生长曲线方法,具有较强的通用性,当参数 γ 取某一特定值时可以演化为其他沉降计算模型。例如,当 $\gamma = 0$ 时,Richards 模型即转换为三点法;当 $\gamma = 2$ 时,Richards 模型即转换为 Logistic 模型;当 $\gamma \geq 1$, 假设 $n = \gamma - 1$, Richards 模型即转换为 Usher 模型。因此,Richards 模型也常用于地基的蠕变沉降预测^[12],其计算式为

$$s = s_\infty (1 - \alpha e^{-\beta t})^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (17)$$

式中: s_∞ 为计算参数,相当于最终沉降量。

选择可决系数 R^2 作为各种算法拟合和预测结果的评价指标^[27]。可决系数 R^2 的取值范围为 $(-\infty, 1]$, 其值越趋近于 1, 则说明拟合效果越好。其计算式为

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{j=1}^p (s_j - \hat{s}_j)^2}{\sum_{j=1}^p (s_j - \bar{s})^2} \quad (18)$$

式中: $\bar{s}$ 为沉降监测值的平均值。通过拟合段的监测数据确定各算法参数后绘制相应的预测曲线,然后将拟合段和预测段与监测时间相对应的计算值代入式(18),即可得到评价各算法拟合效果和预测效果的指标 R^2 。

4.2 陇南成县机场沉降预测

陇南成县机场位于甘肃省陇南市,是以挖方区土石混合料为填料的高填方机场,最大边坡高度达到 60 m。该机场于 2015 年 1 月初达到试验段设计标高。后来更改设计标高,并于 2016 年 1 月初其填方高度增加了 84 cm,随后开始进行沉降监测^[28]。以陇南成县机场监测点 DM3、DM4 的沉降监测资料为基础,同时采用星野法、双曲线法、Richards 模型和简化算法进行该机场高填方的蠕变沉降预测,然后对 4 种算法的预测结果进行比较。比较步骤为:①假定只知道前 172 d 的监测数据,即采用 0~172 d 的监测数据计算出 4 种算法的参数;②计算 4 种算法在 0~172 d 时间段内沉降预测曲线与监测数据的相关系数,即验证 3 种算法的参数合理性;③比较 4 种算法 352 d 内的长期沉降预测情况。监测点 DM3、DM4 前 172 d 的监测数据所确定的各算法参数分别如表 4、5 所示。通过各算法参数计算拟合和预测阶段的 R^2 值,沉降稳定值(最终沉降值或沉降速率 ≤ 0.02 mm/d 时的沉降值,下同)也分别见表 4、5。图 9、10 分别为基于表 4、5 中的拟合参数所绘制不同算法的预测曲线对比图。

表 4 陇南成县机场 DM3 监测点基于 172 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 4 Algorithm parameters obtained based on 172 d field settlement monitoring data of point DM3 in Longnan Chengxian Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 269.952, \beta = 0.004$	0.931	-0.849	269.94
双曲线法	$\alpha = 7.913, \beta = 0.020$	0.977	0.619	51.05
Richards 模型	$s_{\infty} = 18.158, \alpha = 0.940, \beta = 0.013, \gamma = 0.477$	0.982	-1.671	18.16
简化算法	$\alpha = -0.254, \beta = -0.801$	0.973	0.898	705.12

表 5 陇南成县机场 DM4 监测点基于 172 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 5 Algorithm parameters obtained based on 172 d field settlement monitoring data of point DM4 in Longnan Chengxian Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 1\,063.835, \beta = 0.003$	0.949	-1.146	1\,063.77
双曲线法	$\alpha = 3.040, \beta = 0.004$	0.978	0.912	222.27
Richards 模型	$s_{\infty} = 56.412, \alpha = 1.132, \beta = 0.012, \gamma = 0.407$	0.991	-0.887	56.41
简化算法	$\alpha = -0.527, \beta = -0.860$	0.981	0.957	2\,058.51

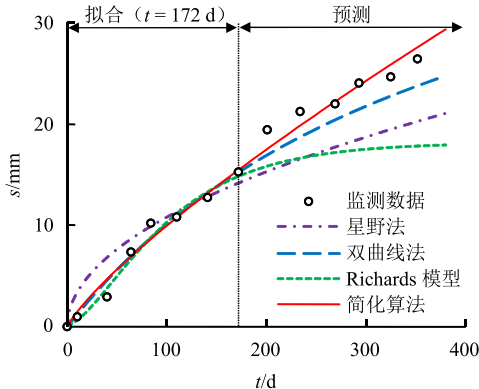


图 9 陇南成县机场 DM3 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.9 Comparison of prediction curves of different algorithms for point DM3 in Longnan Chengxian Airport

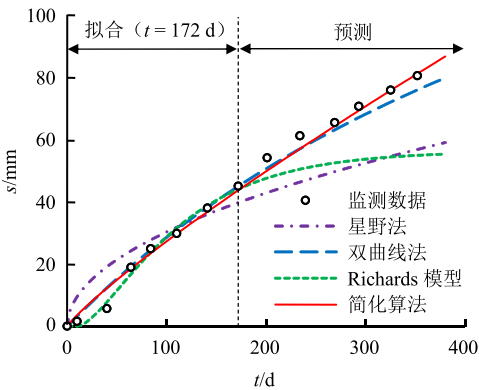


图 10 陇南成县机场 DM4 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.10 Comparison of prediction curves of different algorithms for point DM4 in Longnan Chengxian Airport

由图 9、10 可看出，用于参数确定的沉降数据前期波动较大，星野法拟合情况不佳，而其余 3 种算法的预测曲线均与前 172 d 的监测数据能较好拟合。其中 Richards 模型由于控制曲线的参数较多，曲线形状可以灵活变化，因此出现过拟合现象。但在预测 172~352 d 的后续蠕变沉降时，简化算法的预测结果明显比其他 3 种方法更好。

4.3 沧源佤山机场沉降预测

沧源佤山机场位于云南省临沧市沧源县。该机场最大填方高度超过 98 m，是典型的高填方机场，填料主要为挖方区的土石混合料。机场填筑完成后于 2015 年 7 月 11 开始进行沉降监测。以沧源佤山机场监测点 C21、C23 的沉降监测资料为基础^[29]，对简化算法和其他 3 种预测算法的预测准确性进行比较。比较方式为采用各监测点前 80 d 的监测数据来确定各预测算法的参数，然后以确定的参数来绘制相应的预测曲线，进而比较 4 种算法对各监测点 80~196 d 监测数据的预测情况。监测点 C21、C23 前 80 d 的监测数据所确定的各算法参数、拟合和预测阶段的 R^2 值、沉降稳定值分别如表 6、7 所示。图 11、12 分别为基于表 6、7 中的参数所绘制不同算法的预测曲线图。

表 6 沧源佤山机场 C21 监测点基于 80 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 6 Algorithm parameters obtained based on 80 d field settlement monitoring data of point C21 in Cangyuan Washan Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 299.384, \beta = 0.025$	0.991	0.380	299.36
双曲线法	$\alpha = 0.393, \beta = 0.010$	0.998	0.495	96.31
Richards 模型	$s_{\infty} = 87.085, \alpha = 1.028, \beta = 0.013, \gamma = -0.653$	0.999	0.746	87.08
简化算法	$\alpha = -20.052, \beta = -0.328$	0.993	0.920	283.63

表 7 沧源佤山机场 C23 监测点基于 80 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 7 Algorithm parameters obtained based on 80 d field settlement monitoring data at point C23 in Cangyuan Washan Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 1071.431, \beta = 0.008$	0.991	-0.336	629.21
双曲线法	$\alpha = 0.380, \beta = 0.009$	0.996	0.427	109.26
Richards 模型	$s_{\infty} = 86.285, \alpha = 1.023, \beta = 0.019, \gamma = -0.330$	0.998	-0.338	86.28
简化算法	$\alpha = -22.455, \beta = -0.324$	0.993	0.911	321.65

从图 11、12 可以看出，各算法的曲线均与前 80 d 的监测数据拟合较好，但在预测 80~196 d

的蠕变沉降时, 简化算法的预测结果明显比其他 3 种算法更符合监测数据。

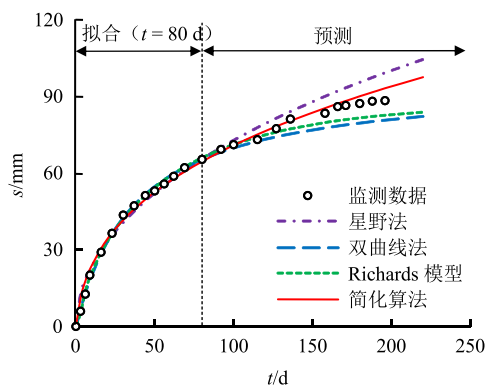


图 11 沧源佤山机场 C21 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.11 Comparison of prediction curves of different algorithms for point C21 in Cangyuan Washan Airport

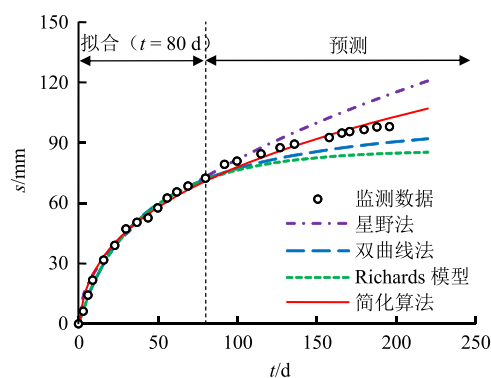


图 12 沧源佤山机场 C23 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.12 Comparison of prediction curves of different algorithms for point C23 in Cangyuan Washan Airport

4.4 吕梁大武机场沉降预测

吕梁大武机场位于山西省吕梁市, 最大填方高度为 85 m, 其填料以挖方黄土为主。地表沉降监测资料提供了填方区监测点 0-3、0-4 在填筑结束后 343 d 的沉降监测数据^[30]。以 0-3、0-4 监测点前 153 d 的监测数据来确定各预测算法的参数, 然后以确定的参数来绘制相应的预测曲线, 进而比较各预测算法对各监测点 153~343 d 监测数据的预测情况。监测点 0-3、0-4 前 153 d 的监测数据所确定的各算法参数, 拟合和预测阶段的 R^2 值, 沉降稳定值分别如表 8、9 所示。图 13、14 分别为基于表 8、9 中各算法参数所绘制的预测曲线图。

从图 13、14 可以看出, 各算法的曲线均与前 153 d 的监测数据拟合较好, 而在预测 153~343 d 的蠕变沉降时, 简化算法的预测结果好而且稳定。

由表 4~9 中的可决系数可看出, 各算法预测阶段的 R^2 值均明显小于拟合阶段, 即预测精度会随时间增长而降低。因此根据一部分监测数据进行沉降

表 8 吕梁大武机场 0-3 监测点基于 153 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 8 Algorithm parameters obtained based on 153 d field settlement monitoring data of point 0-3 in Lüliang Dawu Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 3\,457.020, \beta = 0.005$	0.985	0.963	3\,456.94
双曲线法	$\alpha = 0.323, \beta = 0.003$	0.996	0.764	368.50
Richards 模型	$s_{\infty} = 274.026, \alpha = 1.064, \beta = 0.008, \gamma = -0.408$	0.999	0.516	274.03
简化算法	$\alpha = -17.690, \beta = -0.503$	0.994	0.981	5\,821.83

表 9 吕梁大武机场 0-4 监测点基于 153 d 沉降监测数据得到的算法参数

Table 9 Algorithm parameters obtained based on 153 d field settlement monitoring data of point 0-4 in Lüliang Dawu Airport

算法	参数	R^2		稳定沉降 /mm
		拟合	预测	
星野法	$\alpha = 3\,172.798, \beta = 0.004$	0.993	0.247	2\,458.40
双曲线法	$\alpha = 0.397, \beta = 0.004$	0.999	0.829	237.93
Richards 模型	$s_{\infty} = 327.038, \alpha = 1.018, \beta = 0.002, \gamma = -1.024$	0.999	0.835	327.04
简化算法	$\alpha = -18.809, \beta = -0.431$	0.997	0.796	1\,511.01

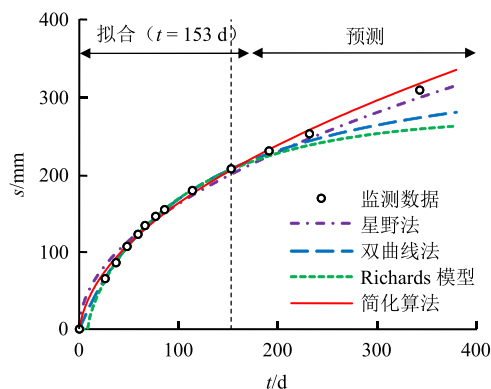


图 13 吕梁机场 0-3 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.13 Comparison of prediction curves of different algorithms for point 0-3 in Lüliang Dawu Airport

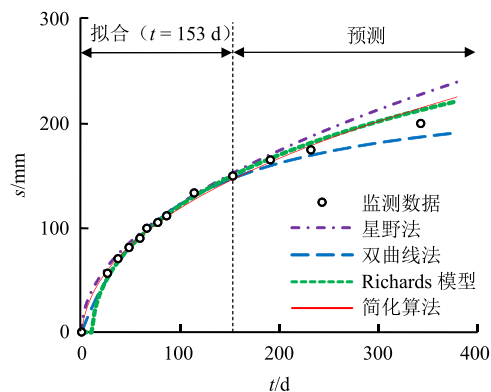


图 14 吕梁机场 0-4 监测点不同算法的预测曲线对比图
Fig.14 Comparison of prediction curves of different algorithms for point 0-4 in Lüliang Dawu Airport

预测时, 离确定参数的监测时间越近, 预测结果越准确, 即存在某特定沉降误差限下的有效预测区间问题^[31]。

5 结 论

本文基于修正幂律模型, 推导了能统一描述黏土、砂土和土石混合料一维蠕变特征的变形公式, 在此基础上提出了计算高填方地基蠕变沉降的简化算法。主要结论如下:

(1) 针对传统幂律模型计算蠕变变形的不足, 提出了修正幂律模型。由修正幂律模型推导的一维蠕变变形公式能统一描述黏土、砂土和土石混合料的蠕变变形。该公式满足蠕变变形随时间增长而非线性增加直至稳定的要求, 而且所有参数均可通过固结试验确定。

(2) 在推导的一维蠕变变形公式基础上提出了高填方地基蠕变变形的简化算法。该算法公式仅有两个参数, 并可基于沉降监测数据进行参数反演后确定。

(3) 通过3个机场高填方地基的蠕变沉降监测数据, 验证了简化算法的可行性。将简化算法的预测结果与岩土工程中常用的3种曲线拟合算法进行对比, 结果表明, 所提出的简化算法能够更有效、更准确地预测高填方的蠕变沉降。

(4) 简化算法为高填方地基蠕变沉降的计算和预测提供了一种较为有效的工具。然而, 对于膨胀土、湿陷性黄土和冻土等特殊土, 简化算法的适用性还需进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 杨洲, 程晓辉, 麻强, 等. 高填方地基不排水稳定性分析强度指标研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(1): 218-226.
YANG Zhou, CHENG Xiao-hui, MA Qiang, et al. Study of strength indices for undrained stability analysis of high filled ground[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(1): 218-226.
- [2] 姚仰平, 黄建, 张奎, 等. 机场高填方蠕变沉降的数值反演预测[J]. 岩土力学, 2020, 41(10): 3395-3404, 3414.
YAO Yang-ping, HUANG Jian, ZHANG Kui, et al. Numerical back-analysis of creep settlement of airport high fill[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2020, 41(10): 3395-3404, 3414.
- [3] 姚仰平, 刘林, 王琳, 等. 高填方地基的蠕变沉降计算方法[J]. 岩土力学, 2015, 36(增刊 1): 154-158.
YAO Yang-ping, LIU Lin, WANG Lin, et al. Method of calculating creep deformation of high filled embankment[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(Suppl.1): 154-158.
- [4] 姚仰平, 王俊博. 北斗卫星定位在机场高填方远程变形监测中的应用[J]. 岩土力学, 2018, 39(增刊 1): 419-424.
YAO Yang-ping, WANG Jun-bo. Application of Beidou satellite positioning to deformation remote monitoring of high fill airport[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2018, 39(Suppl.1): 419-424.
- [5] 中国民用航空局. MH/T5027—2013 民用机场岩土工程设计规范[S]. 北京: 中国民航出版社, 2013.
Civil Aviation Administration of China. MH/T5027—2013 Code for geotechnical engineering design of airport[S]. Beijing: China Civil Aviation Publishing House, 2013.
- [6] YAO Y P, HUANG J, WANG N D, et al. Prediction method of creep settlement considering abrupt factors[J]. **Transportation Geotechnics**, 2020, 22: 100304.
- [7] 朱才辉, 李宁. 基于黄土变形时效试验的高填方工后沉降研究[J]. 岩土力学, 2015, 36(10): 3023-3031.
ZHU Cai-hui, LI Ning. Post-construction settlement analysis of loess-high filling based on time-dependent deformation experiments[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(10): 3023-3031.
- [8] KANAYAMA M, ROHE A, PAASSEN L V. Using and improving neural network models for ground settlement prediction[J]. **Geotechnical and Geological Engineering**, 2014, 32(3): 687-697.
- [9] 姚仰平, 祁生钧, 车力文. 高填方地基工后沉降计算[J]. 水力发电学报, 2016, 35(3): 1-10.
YAO Yang-ping, QI Sheng-jun, CHE Li-wen. Computational method of post-construction settlement for high-fill embankments[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2016, 35(3): 1-10.
- [10] BRIAUD J L, GARLAND E. Loading rate method for pile response in clay[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1985, 111(3): 319-335.
- [11] SRIDHARAN A, MURTHY N S, PRAKASH K. Rectangular hyperbola method of consolidation analysis[J]. **Géotechnique**, 1987, 37(3): 355-368.
- [12] HUANG C F, LI Q, WU S C, et al. Application of the Richards model for settlement prediction based on a bidirectional difference-weighted least-squares method[J]. **Arabian Journal for Science and Engineering**, 2018, 43(10): 5057-5065.
- [13] YAO Y P, FANG Y F. Negative creep of soils[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2019, 57(1): 1-16.
- [14] FENG W Q, LALIT B, YIN Z Y, et al. Long-term non-linear creep and swelling behavior of Hong Kong marine deposits in oedometer condition[J]. **Computers and Geotechnics**, 2017, 84: 1-15.

- [15] KUWANO R, JARDINE R J. On measuring creep behaviour in granular materials through triaxial testing[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2002, 39(5): 1061-1074.
- [16] 程展林, 丁红顺. 堆石料蠕变特性试验研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 473-476.
CHENG Zhan-lin, DING Hong-shun. Creep test for rockfill[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2004, 26(4): 473-476.
- [17] 程展林, 丁红顺. 堆石料工程特性试验研究[J]. 人民长江, 2007, 38(7): 110-114, 120.
CHENG Zhan-lin, DING Hong-shun. Experimental study on engineering characteristics of rockfill materials[J]. **Yangtze River**, 2007, 38(7): 110-114, 120.
- [18] 李海芳, 张沁成, 徐泽平, 等. 西龙池下水库坝基坝料蠕变特性试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2009, 28(增刊 2): 3376-3382.
LI Hai-fang, ZHANG Qin-cheng, XU Ze-ping, et al. Test study on creep characteristics of dam foundation rockfill of Xilongchi lower reservoir[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2009, 28(Suppl.2): 3376-3382.
- [19] 李海芳, 张茵琪, 金伟, 等. 堆石料蠕变特性试验研究[J]. 水力发电学报, 2013, 32(1): 212-217.
LI Hai-fang, ZHANG Yin-qi, JIN Wei, et al. Experimental study on rockfill creep modeling[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2013, 32(1): 212-217.
- [20] 孙庚, 张茵琪, 李海芳. 堆石料蠕变模型及参数求取[J]. 中国水利水电科学研究院学报, 2016, 14(2): 115-121.
SUN Geng, ZHANG Yin-qi, LI Hai-fang. The research of rockfill creep model and parameters[J]. **Journal of China Institute of Water Resources and Hydropower Research**, 2016, 14(2): 115-121.
- [21] BRIAUD J L, GIBBENS R. Behavior of five large spread footings in sand[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 1999, 125(9): 787-796.
- [22] BI G, BRIAUD J L, SANCHEZ M, et al. Power law model to predict creep movement and creep failure[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2019, 145(9): 04019044.
- [23] 中华人民共和国住房和城乡建设部, 国家市场监督管理总局. GB/T50123—2019 土工试验方法标准[S]. 北京: 中国计划出版社, 2019.
Ministry of Housing and Urban-Rural Development of the People's Republic of China, State Administration for Market Regulation. GB/T50123—2019 Standard for geotechnical testing method[S]. Beijing: China Planning Press, 2019.
- [24] 张延亿, 邓刚, 温彦锋, 等. 土石混合料固结流变试验研究[J]. 水力发电学报, 2021, 40(2): 187-194.
ZHANG Yan-yi, DENG Gang, WEN Yan-feng, et al. Experimental study on consolidation-rheology characteristics of soil-aggregate mixture materials[J]. **Journal of Hydroelectric Engineering**, 2021, 40(2): 187-194.
- [25] 曹光栩, 宋二祥, 徐明. 碎石料干湿循环变形试验及计算方法[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(10): 98-104.
CAO Guang-xu, SONG Er-xiang, XU Ming. Study on experiment and calculation method of dry-wet cycle characteristics of rockfills[J]. **Journal of Harbin Institute of Technology**, 2011, 43(10): 98-104.
- [26] 江苏宁沪高速公路股份有限公司, 河海大学. 交通土建软土地基工程手册[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001.
Jiangsu Expressway Company Limited, Hohai University. Engineering manual for soft clay subgrade of communication construction[M]. Beijing: Publishing Company of People's Communication, 2001.
- [27] 梅世昂, 陈生水, 钟启明, 等. 土石坝溃坝参数模型研究[J]. 工程科学与技术, 2018, 50(2): 60-66.
MEI Shi-ang, CHEN Sheng-shui, ZHONG Qi-ming, et al. Parametric model for breaching analysis of earth-rock dam[J]. **Advanced Engineering Sciences**, 2018, 50(2): 60-66.
- [28] 杨校辉, 朱彦鹏, 周勇, 等. 山区机场高填方边坡滑移过程时空监测与稳定性分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2016, 35(增刊 2): 3977-3990.
YANG Xiao-hui, ZHU Yan-peng, ZHOU Yong, et al. Time-space monitoring and stability analysis of high fill slope slip process at a airport in mountain region[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2016, 35(Suppl.2): 3977-3990.
- [29] 杨少帅. 降雨对云南某机场高填方地基影响研究[D]. 成都: 成都理工大学, 2017.
YANG Shao-shuai. Research of rainfall effect on the high fill foundation of a Yunnan airport[D]. Chengdu: Chengdu University of Technology, 2017.
- [30] 朱才辉, 李宁, 刘明振, 等. 吕梁机场黄土高填方地基工后沉降时空规律分析[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(2): 293-301.
ZHU Cai-hui, LI Ning, LIU Ming-zhen, et al. Spatiotemporal laws of post-construction settlement of loess-filled foundation of Lüliang airport[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(2): 293-301.
- [31] 姚仰平, 王坤, 王乃东, 等. 临线堆载影响下高速铁路基长期沉降预测方法[J]. 岩土工程学报, 2019, 41(4): 625-630.
YAO Yang-ping, WANG Shen, WANG Nai-dong, et al. Prediction method for long-term settlements of high-speed railway subgrade under influences of nearby loads[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2019, 41(4): 625-630.